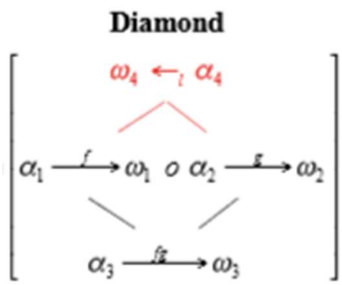
Prof. Dr. Alfred Toth

System, Umgebung und ihre Vermittlung im kaehrschen diamond-Modell

1. Bekanntlich wurde der diamond von Rudolf Kaehr (2007) als Modell für eine qualitative Kategorientheorie eingeführt.



Ein diamond besteht in seiner unteren Hälfte auf einer Komposition (Konkatenation) regulärer morphismischer Abbildungen der Form

$(a \rightarrow b) \circ (b \rightarrow c) = (a \rightarrow c)$,

die allerdings kontexturiert sind,

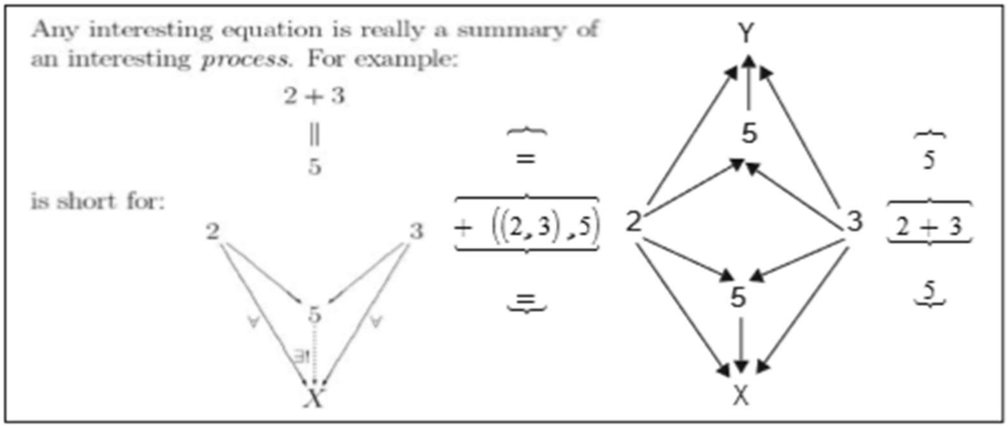
und in seiner oberen Hälfte aus der von Kaehr als Heteromorphismus bezeichneten Abbildung

$(a \leftarrow c)$,

die ebenfalls kontexturiert ist, so daß

$(a \rightarrow c)^{-1} \neq (a \leftarrow c)$.

Am besten hat diese polykontextural bedingte Nicht-Umkehrbarkeit Kaehr selbst am Beispiel der „diamondization of arithmetic“ dargestellt und kommentiert (vgl. Kaehr (2008, S. 72).

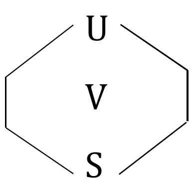


How is the diamond operation, 2+2=5, to read? The first diagram gives an explanation of the processes involved into the addition. That is, for all numbers 2 of X and all numbers 3 of X there is exactly one number 5 of X representing the addition 2+3. This is the classic operational or categorial approach to addition (Baez).

The second diagram shows the diamond representation of the addition 2+3. The wordings are the same, one for X, and one for Y. The equation is *stable* in respect of the acceptional addition and the rejectional addition iff X=Y. That is, iff the numbers and the operations belong to isomorphic arithmetical systems, then they are equivalent. If X would be a totally different arithmetical system to Y then some disturbance of the harmony between both would happen. Nevertheless, because of their rejectional direction, numbers of Y might "run" in reverse order to X and coincide at the point of X=Y.

The meaning of a sign is defined by its use. Thus, the numeral "5" belonging to the system X, has not exactly the same meaning as the numeral "5" belonging to the system Y. They may be isomorphic, hetero-morphic, equivalent, but they are not equal. Equality is given intra-contextually for terms of X only, or for terms of Y only. But not for terms between X and Y. In other words, the equation is realized as an equivalence only if it has a model in the rejectional, i.e., in the environmental or context system. Otherwise, that is, without the environmental system, the arithmetical system of the acceptance system, here X, has to be accepted as unique, fundamental and pre-given.

2. Somit kann man den diamond systemtheoretisch wie folgt darstellen



d.h. für die Konkatenation V der Morphismen

$V = (a \to b) \circ (b \to c) = (a \to c)$

gilt somit

$V = S \cap U$

mit

$U = S^{-1}$.

Damit bekommen wir die bereits in Toth (2015) eingeführte ontische Systemrelation

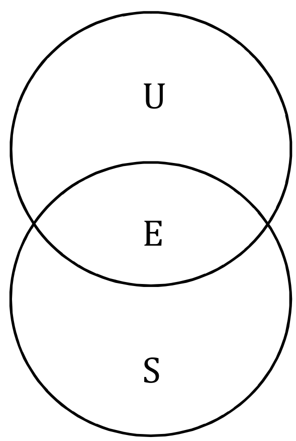
$S^* = (S, U, E)$,

wobei

$E = V(S, U)$,

d.h. der kaehrsche diamond ist triadisch und nicht dyadisch, auch wenn Kaehr lediglich „system“ und „environment“ unterscheidet.

Somit kann man einen diamond mengentheoretisch wie folgt darstellen



S^* muß daher ordnungstheoretisch durch

$S^* = (S, E, U)$

und die peircesche Zeichenrelation vermöge ontisch-semiotischer Isomorphie durch

$Z = (O, M, I)$

redefiniert werden. Damit ergeben sich nun die interessanten neuen Teilisomorphien

$S \cong O$

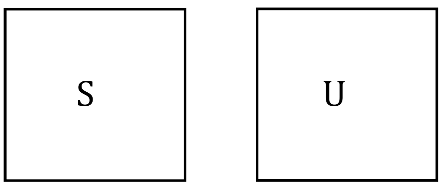
$E = M$

$U = I$,

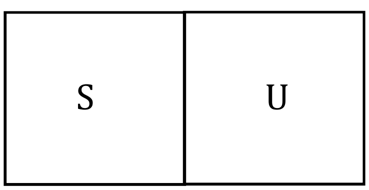
womit also die neue Systemrelation außerdem der von Bense (1971) eingeführten Kommunikationsrelation K = (O, M, I) isomorph ist. Vor allem aber fungieren Abschlüsse E nun nicht mehr drittheitlich, sondern erstheitlich, und zwar konform dem Mittelbezug als „Medium“ (Peirce), das zwischen Objekt und Interpretant innerhalb von Z vermittelt. Die Umgebung ist somit nicht mehr zweit-, sondern drittheitlich, d.h. als semiotisches Objekt fungiert das System, und als semiotischer Interpretant die Umgebung, die also durch Abschlüsse vermittelt werden.

3. E wird damit zum ontischen Rand, von dem die folgenden Typen unterschieden wurden (vgl. Toth 2019)

3.1. $E(S) \cap E(U) = \emptyset$

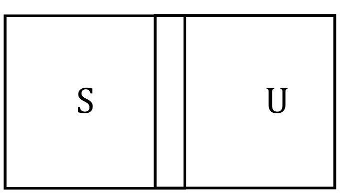


3.2. $E(S) \cap E(U) \neq \emptyset$

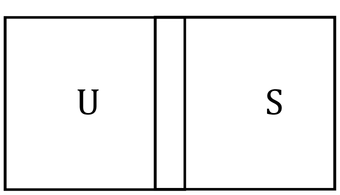


3.3. $E(S) \subset U$ oder $E(U) \subset S$

3.3.1. $E(U) \subset S$



3.3.2. $E(S) \subset U$



Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: www.vordenker.de/rk/rk_Diamond-Theory_collection-of-papers-and-fragments_2007.pdf

Toth, Alfred, Zu einer triadischen System-Definition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Drei Definitionen von Rändern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

22.7.2019